

Primfaktorzerlegung

- ❶ Einstieg (Tafel): Zahlen zerlegen lassen.

$$\begin{array}{l} 24 = 2 \cdot 12 \quad \text{oder} \quad 24 = 4 \cdot 6 \\ \quad = 2 \cdot 2 \cdot 6 \quad \quad \quad = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ \quad = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \end{array}$$

- ❷ Sicherung I (Tafel): Definition anschreiben und abschreiben lassen.

Jede natürliche Zahl, die keine Primzahl ist, lässt sich in Faktoren zerlegen, die Primzahlen sind. Diese Faktoren heißen *Primfaktoren*. Die Zerlegung heißt *Primfaktorzerlegung*.

Mündliche Ergänzungen:

- ▶ Die Primfaktorzerlegung ist eindeutig, d.h. man erhält (bis auf die Reihenfolge der Faktoren) immer die gleiche Primfaktorzerlegung, egal mit welcher Zerlegung man beginnt.
- ▶ Eine Primzahl hat keine Primfaktorzerlegung.
- ▶ Vergleicht man die Primfaktorzerlegungen zweier Zahlen miteinander, so kann man den ggT und das kgV dieser Zahlen bestimmen.

- ❸ Erarbeitung I (Partnerarbeit):
Arbeitsteilige Beschäftigung mit Arbeitsblättern.

Klasse wird in zwei Gruppen aufgeteilt, die Hälfte erhält das AB zur ggT-Bestimmung, die andere Hälfte das zur kgV-Bestimmung. Die AB sind so konzipiert, dass die Schüler sich aus den Beispielen selbst das Vorgehen erarbeiten können.

- ❹ Erarbeitung II und Sicherung II (Partnerarbeit oder Kugellager):
Gegenseitiges Erklären

Je ein Schüler der kgV- und ein Schüler der ggT-Gruppe setzen sich zusammen und erklären sich gegenseitig ihr AB.

- ❺ Sicherung III (Schüler-Lehrer-Gespräch):

Der ggT zweier Zahlen ist das Produkt aus den Primfaktoren, die beide Zahlen gemeinsam haben.

Das kgV zweier Zahlen erhält man, indem man die Primfaktoren beider Zahlen multipliziert, dabei aber diejenigen Primfaktoren, die beide Zahlen gemeinsam haben, nur einmal berücksichtigt.

Bestimmung des ggT mit Hilfe der Primfaktorzerlegung

Arbeitsauftrag für die Partnerarbeit:

Einige der folgenden Aufgaben sind schon vollständig oder zum Teil gelöst. Welcher Weg führt zur Lösung? Könnt ihr so auch die weiteren Aufgaben lösen? Überlegt euch, wie ihr euren Mitschülern, die dieses Arbeitsblatt nicht bekommen haben, den Lösungsweg erklären würdet!

- ❶ Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von 24 und 28.

$$\begin{array}{r}
 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\
 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \\
 \hline
 \text{ggT}(24,28) = 2 \cdot 2 = 4
 \end{array}$$

- ❷ Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von 60 und 75.

$$\begin{array}{r}
 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\
 75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \\
 \hline
 \text{ggT}(60,75) = 3 \cdot 5 = 15
 \end{array}$$

- ❸ Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von 70 und 98.

$$\begin{array}{r}
 70 = 2 \cdot 5 \cdot \square \\
 98 = 2 \cdot \square \cdot 7 \\
 \hline
 \text{ggT}(70,98) = \square \cdot \square = \square
 \end{array}$$

- ❹ Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von 42 und 63.

$$\begin{array}{r}
 42 = \square \cdot \square \cdot \square \\
 63 = \square \cdot \square \cdot \square \\
 \hline
 \text{ggT}(42,63) = \square \cdot \square = \square
 \end{array}$$

- ❺ Bestimme den größten gemeinsamen Teiler von 100 und 120.

$$\begin{array}{r}
 100 = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \\
 120 = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \\
 \hline
 \text{ggT}(100,120) = \square \cdot \square \cdot \square = \square
 \end{array}$$

Bestimmung des kgV mit Hilfe der Primfaktorzerlegung

Arbeitsauftrag für die Partnerarbeit:

Einige der folgenden Aufgaben sind schon vollständig oder zum Teil gelöst. Welcher Weg führt zur Lösung? Könt ihr so auch die weiteren Aufgaben lösen? Überlegt euch, wie ihr euren Mitschülern, die dieses Arbeitsblatt nicht bekommen haben, den Lösungsweg erklären würdet!

- ❶ Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache von 24 und 28.

$$\begin{array}{l} 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \\ \hline \text{kgV}(24,28) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168 \end{array}$$

- ❷ Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache von 60 und 75.

$$\begin{array}{l} 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ \hline \text{kgV}(60,75) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300 \end{array}$$

- ❸ Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache von 30 und 48.

$$\begin{array}{l} 30 = 2 \cdot \square \cdot 5 \\ 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \square \\ \hline \text{kgV}(30,48) = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = \square \end{array}$$

- ❹ Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache von 42 und 63.

$$\begin{array}{l} 42 = \square \cdot \square \cdot \square \\ 63 = \square \cdot \square \cdot \square \\ \hline \text{kgV}(42,63) = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = \square \end{array}$$

- ❺ Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache von 15 und 70.

$$\begin{array}{l} 15 = \square \cdot \square \\ 70 = \square \cdot \square \cdot \square \\ \hline \text{kgV}(15,70) = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = \square \end{array}$$