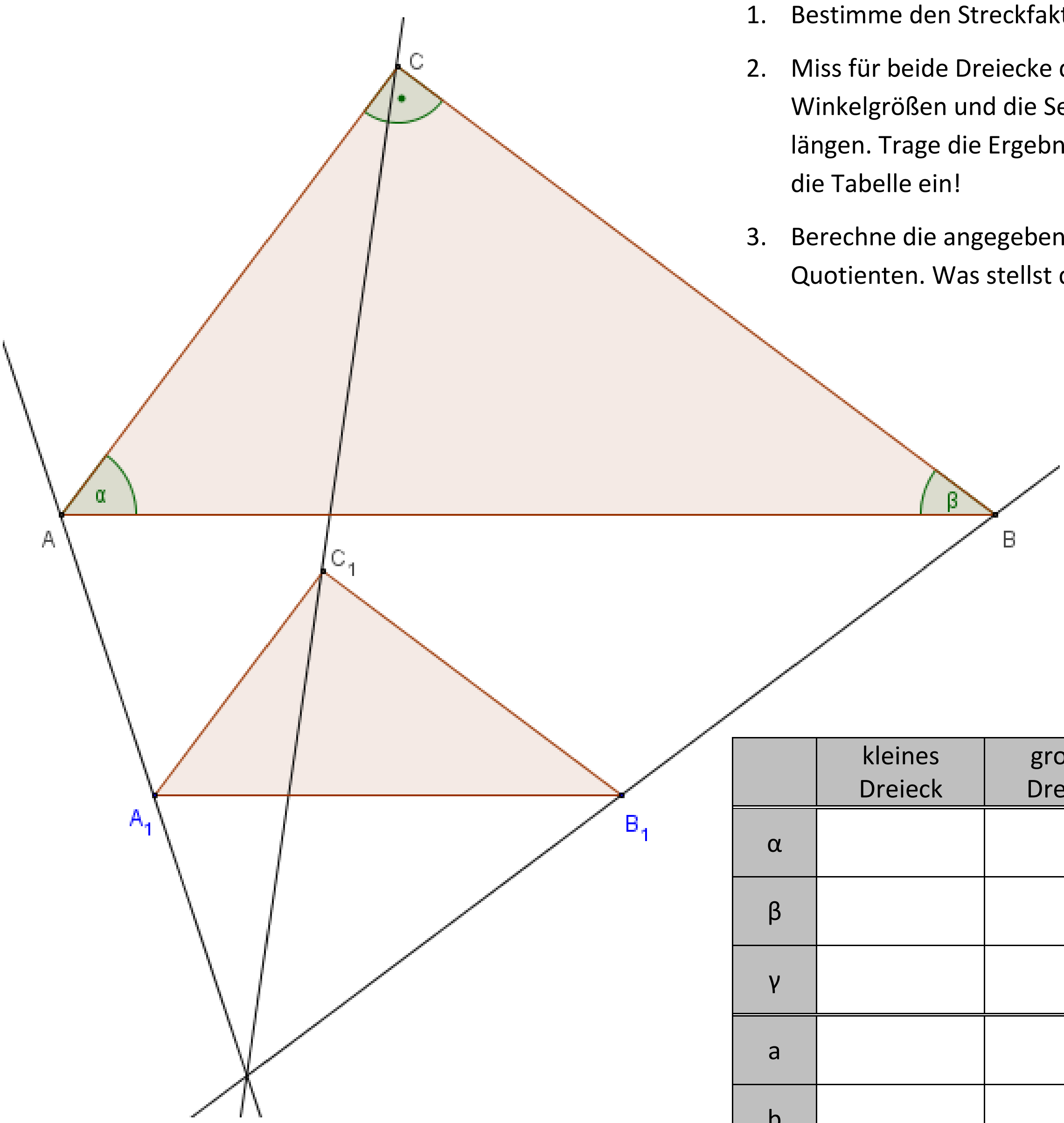
Mathematik – Trigonometrie

Winkelfunktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

Zentrische Streckung und Ähnlichkeit



1. Bestimme den Streckfaktor!
2. Miss für beide Dreiecke die Winkelgrößen und die Seitenlängen. Trage die Ergebnisse in die Tabelle ein!
3. Berechne die angegebenen Quotienten. Was stellst du fest?

	kleines Dreieck	großes Dreieck
α		
β		
γ		
a		
b		
c		
$\frac{a}{c}$		
$\frac{b}{c}$		
$\frac{a}{b}$		
$\frac{b}{a}$		

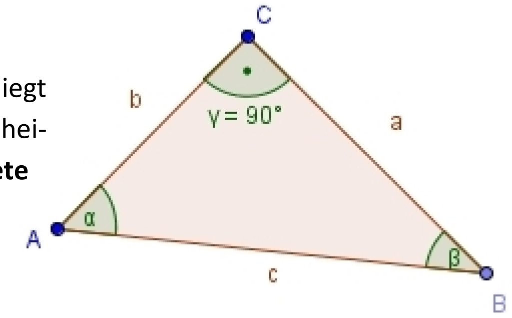
Die zentrische Streckung eines Dreiecks liefert ein **ähnliches** Dreieck. Dies bedeutet:

- Die Winkelgrößen ____________________________.
- Die Seitenlängen____________________________.
- Die Seitenverhältnisse ____________________________.

Name:	
Klasse:	Datum:

Winkelfunktionen

Definition der Winkelfunktionen



Die längste Seite eines Dreiecks nennt sich **Hypotenuse** (HY). Sie liegt immer gegenüber des größten Winkels. Die beiden anderen Seiten heißen Katheten. Dabei ist vom Winkel α aus gesehen a die **Gegenkathete** (GK_α) und b die **Ankathete** (AK_α).

4. Markiere die HY rot, die GK_α blau und die AK_α gelb.
5. Was sind die Gegenkathete und die Ankathete von β?

Da bei zueinander ähnlichen Dreiecken die Seitenverhältnisse ebenso übereinstimmen wie die Winkelgrößen, eignen sich die Seitenverhältnisse als Maße für die Winkel. Für <u>rechtwinklige</u> Dreiecke definiert man:

- **Sinus** von α: $sin(\propto) = \frac{GK_\propto}{HY} = \frac{a}{c} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} =$
- **Cosinus** von α: $cos(\propto) = \frac{AK_\propto}{HY} = \frac{b}{c} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} =$
- **Tangens** von α: $tan(\propto) = \frac{GK_\propto}{AK_\propto} = \frac{a}{b} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} =$
- **Cotangens** von α: $cot(\propto) = \frac{AK_\propto}{GK_\propto} = \frac{b}{a} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} =$

6. Formuliere die Definitionen aus der Sicht des Winkels β!
7. Zeige, dass $\sin(\propto) = cos(\beta)$ gilt. Finde weitere ähnliche Zusammenhänge.

Dreiecke berechnen

Von einem rechtwinkligen Dreieck sind folgende Größen gegeben: α = 70°, c = 6 cm. Damit lässt sich Kathete b berechnen:

▼

$$cos(\propto) = \frac{b}{c}$$

$$cos(70°) = \frac{b}{6}$$

$$b = cos(70°) \cdot 6$$

$$b = 2{,}1\ cm$$

8. Berechne wie in Beispiel 1 auch Kathete a. Verwende hierfür den Sinus!
9. Welche Möglichkeiten andere Möglichkeit gäbe es, die Kathete a zu berechnen?
10. Berechne wie in Beispiel 2 auch den Winkel β!
11. Welche Möglichkeiten andere Möglichkeit gäbe es, den Winkel b zu berechnen?

Sind nur Seitenlängen bekannt, z.B. b = 3 cm und a = 5 cm, so kann damit der Winkel α bestimmt werden. Dafür benötigt man die Umkehrfunktion des Cosinus, den Arcus-Cosinus, abgekürzt arccos, auf TR oft auch cos^{-1}:

▼

$$cos(\propto) = \frac{b}{c}$$

$$cos(\propto) = \frac{3}{5}$$

$$\propto = arccos\left(\frac{3}{5}\right)$$

$$\propto = 53{,}1°$$