

# Nullstellen und Schnittpunkte

## quadratischer Funktionen

### Aufgabe 1:

Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = x^2 + 6x - 7$  und  $f(x) = x^2 + px + q$ .

Die Herleitung zeigt, wie man die Nullstellen einer Parabel bestimmen kann:

$x^2 + 6x - 7 = 0$	(1)	$x^2 + px + q = 0$
$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - 7 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 0$	(2)	$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = 0$
$x^2 + 6x + 9 - 16 = 0$		
$(x + 3)^2 - 16 = 0$	(3)	$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = 0$
$(x + 3)^2 = 16$	(4)	$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$
$x + 3 = \pm 4$	(5)	$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$x = -3 \pm 4$	(6)	$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
$x_1 = 1, x_2 = -7$	(7)	$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}, x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

a) Erläutere die Schritte (1) bis (7).

b) Die Gleichung in Schritt (6) heißt **P-Q-Formel**.  
Berechne damit die Nullstellen von folgenden Funktionen,  
in dem du p und q abliest und in die P-Q-Formel einsetzt:

(I)  $f(x) = x^2 + 5x + 6$

(II)  $f(x) = x^2 - 4x - 12$

(III)  $f(x) = x^2 - 12x + 35$

c) Die Bestimmung der Nullstellen auf diesem Weg funktioniert nur,  
wenn die gegebene Gleichung die Form  $f(x) = x^2 + px + q$  hat.  
Sie könnten aber auch so gegeben sein:

(I)  $f(x) = (x + 3)(x + 2)$

(II)  $f(x) = (x - 2)^2 - 16$

(III)  $f(x) = 2x^2 - 24x + 70$

Wie bestimmt man jetzt p und q?

## Aufgabe 2:

---

Gegeben sind folgende Funktionen:

$$f(x) = x^2 - 2x - 15, \quad g(x) = -2x^2 + 4x - 6 \quad \text{und} \quad h(x) = -9x - 21.$$

- Welche der drei Funktionen hat keine Parabel als Graph?
- Bestimme von den quadratischen Funktionen die Scheitelpunkte und entscheide, ob ihre Graphen nach oben oder unten geöffnet sind und ob sie gestreckt oder gestaucht wurden.
- An welchen Stellen schneiden die Graphen der drei Funktionen die Koordinatenachsen?
- Um die Schnittpunkte der Graphen zweier Funktionen zu bestimmen, setzt man beide Funktionen gleich, also z.B.

$$f(x) = h(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = -9x - 21,$$

und formt die entstehende Gleichung in die Form  $x^2 + px + q = 0$  um. Dann kann man die Schnittpunkte mit der P-Q-Formel berechnen.

Berechne so die Schnittpunkte der Funktionen

- f und g
- f und h
- g und h

- Skizziere die Graphen anhand der in a) bis d) ermittelten Punkte.

## Aufgabe 3:

---

Berechne jeweils die Schnittpunkte von f und g.

- $f(x) = x^2 - 4x + 9$                        $g(x) = -3x^2 + 12x - 7$
- $f(x) = 5x^2 + 10x - 2$                        $g(x) = -7x^2 - 14x - 11$
- $f(x) = 3x^2 + x + 1397$                        $g(x) = -4x^2 + 715x - 3$
- $f(x) = x^2$                                        $g(x) = (x - 1)^2$

## Aufgabe 4:

---

- Gib jeweils eine Parabel an, die 0, 1 oder 2 Nullstellen hat und skizzieren ihren Graphen.
- Zwei Parabeln können sich in keinem, einem oder zwei Punkten schneiden. Skizzieren jeweils ein Beispiel.