Nullstellen berechnen

Gesucht sind die Nullstellen der Funktion $y = 26 + (3x + 2) \cdot (-x + 5) - x$.

Mit PQ-Formel:

1. Löse alle Klammern auf und fasse zusammen, falls möglich.

$$y = 26 + (3x + 2) \cdot (-x + 5) - x$$
$$y = 26 - 3x^2 + 15x - 2x + 10 - x$$
$$y = -3x^2 + 12x + 36$$

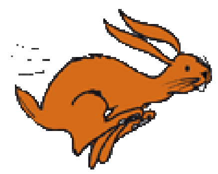
2. Nullstellen haben den y-Wert 0. Ersetze also y durch 0.

$$0 = -3x^2 + 12x + 36$$

3. Teile durch die Zahl, die vor dem x^2 steht.
Falls nur ein Minuszeichen vor dem x^2 steht, teile durch (-1).
Falls keine Zahl vor dem x^2 steht, überspringe Schritt 3.

$$0 = -3x^2 + 12x + 36 \quad |:(-3)$$
$$0 = x^2 - 4x - 12$$

4. Überspringe diesen Schritt.



5. Wende die PQ-Formel an.
Achte auf die Vorzeichen!

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$x_{1/2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-12)}$$
$$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4 + 12}$$
$$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{16}$$
$$x_1 = 2 + 4 = 6$$
$$x_2 = 2 - 4 = -2$$

Dieser Weg bietet sich an, wenn nur die Nullstellen gefragt sind und die Funktion nicht in Scheitelpunktform gegeben ist.

Ohne PQ-Formel:

1. Löse alle Klammern auf und fasse zusammen, falls möglich.

$$y = 26 + (3x + 2) \cdot (-x + 5) - x$$
$$y = 26 - 3x^2 + 15x - 2x + 10 - x$$
$$y = -3x^2 + 12x + 36$$

2. Nullstellen haben den y-Wert 0. Ersetze also y durch 0.

$$0 = -3x^2 + 12x + 36$$

3. Teile durch die Zahl, die vor dem x^2 steht.

$$0 = -3x^2 + 12x + 36 \quad |:(-3)$$
$$0 = x^2 - 4x - 12$$

4. Forme die Gleichung mit Hilfe der quadratischen Ergänzung und der Binomischen Formel um

$$0 = x^2 - 4x - 12$$
$$0 = x^2 - 4x + 4 - 12 - 4$$
$$0 = (x - 2)^2 - 16$$

5. Löse schrittweise nach x auf
(von außen nach innen).
Achte auf das $\pm$ beim Wurzelziehen!

$$0 = (x - 2)^2 - 16 \quad |+16$$
$$16 = (x - 2)^2 \quad |\sqrt{}$$
$$\pm 4 = x - 2 \quad |+2$$
$$\pm 4 + 2 = x$$
$$x_1 = +4 + 2 = 6$$
$$x_2 = -4 + 2 = -2$$

Dieser Weg bietet sich an, wenn die Funktion in der Scheitelpunktform gegeben ist oder wenn auch der Scheitelpunkt bestimmt werden soll.