Name:	
Klasse:	Datum:

Mathematik

Implizites Differenzieren

Aufgaben

Bestimme die Ableitung durch impliziertes Differenzieren!

a) $f(x)=\ln(x)$

b) $f(x)=\sqrt{r^2-x^2}$

c) $f(x)=\arcsin(x)$

d) $f(x)=x^x$

e) $f(x)=x^{p/q}$

Lösungen

a)
(1) $f(x)=\ln(x) \quad | \; e^{(\ldots)}$

$x=e^{f(x)} \quad | \; (\ldots)'$

(2) $1=e^{f(x)}\cdot f'(x) \quad | \; :e^{f(x)}$

(3) $f'(x)=\frac{1}{e^{f(x)}}=\frac{1}{e^{\ln(x)}}=\frac{1}{x}$

b)
(1) $f(x)=\sqrt{r^2-x^2} \quad | \; (\ldots)^2$

$(f(x))^2=r^2-x^2 \quad | \; (\ldots)'$

(2) $2\,f(x)\cdot f'(x)=0-2\,x \quad | \; :2\,f(x)$

(3) $f'(x)=\frac{-2\,x}{2\,f(x)}=-\frac{1}{f(x)}=-\frac{1}{\sqrt{r^2-x^2}}$

c)
(1) $f(x)=\arcsin(x) \quad | \; \sin(\ldots)$

$\sin(f(x))=x \quad | \; (\ldots)'$

(2) $\cos(f(x))\cdot f'(x)=1 \quad | \; :\cos(f(x))$

(3) $f'(x)=\frac{1}{\cos(f(x))}=\frac{1}{\sqrt{\cos^2(f(x))}}=\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(f(x))}}$

$=\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(\arcsin(x))}}=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

d)
(1) $f(x)=x^x \quad | \; \ln(\ldots)$

$\ln(f(x))=\ln(x^x)=x\cdot\ln(x) \quad | \; (\ldots)'$

(2) $\frac{1}{f(x)}\cdot f'(x)=1\cdot\ln(x)+x\cdot\frac{1}{x}=\ln(x)+1 \quad | \; \cdot f(x)$

(3) $f'(x)=f(x)\cdot(\ln(x)+1)=x^x\cdot(\ln(x)+1)$

e)
(1) $f(x)=x^{\frac{p}{q}} \quad | \; (\ldots)^q$

$(f(x))^q=x^p \quad | \; (\ldots)'$

(2) $q\,(f(x))^{q-1}\cdot f'(x)=p\cdot x^{p-1} \quad | \; :q\,(f(x))^{q-1}$

(3) $f'(x)=\frac{p\cdot x^{p-1}}{q\,(f(x))^{q-1}}=\frac{p\cdot x^{p-1}}{q\,(x^{p/q})^{q-1}}$

$=\frac{p}{q}\cdot x^{(p-1)-\left(\left(\frac{p}{q}\right)\cdot(q-1)\right)}=\frac{p}{q}\cdot x^{p-1-p+\frac{p}{q}}=\frac{p}{q}\cdot x^{\frac{p}{q}-1}$

www.scoogle.de/start.php?id=88874

Autor: Ingo Ostwald (31.12.2015)