Aufgaben:

Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x-4)^2 \cdot e^{x^2}$.

a) Für welche *x* ist *f* definiert?
b) Wie verhält sich *f* für $x \to \pm\infty$?
c) Gib die ersten drei Ableitungen von *f* in möglichst einfacher Form an.
   Hinweis: Beim Ableiten Produktregel nicht vergessen!
d) Bestimme die Nullstellen von *f*.
e) Bestimme die Extrempunkte von *f*.
f) Bestimme die Wendepunkte von *f*.
g) Skizziere den Graphen von *f*.

Die Ergebnisse der Teilaufgaben d), e) und f)dürfen nur dann in Dezimalschreibweise angegeben werden, wenn es sich um abbrechende Dezimalbrüche handelt; andere Brüche und Wurzeln bitte unverändert stehenlassen.

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = (-16+x)^2$, $g(x) = (-16+x)^2 \cdot e^x$ und $h(x) = (-16+x)^2 \cdot \ln(x)$.

a) Begründe, warum *h* eine Nullstelle mehr hat als *f* und *g*. Berechne die Nullstellen der drei Funktionen.
b) Die Funktion *f* hat einen Hochpunkt; gib diesen ohne Rechnung an.
c) Bilde die ersten zwei Ableitungen von *g* und *h* und bestimme deren Extrempunkte.
   Hinweis: Beim Ableiten Produktregel nicht vergessen!

Gegeben ist die Parabel $f(x) = x^2 - 14x + 46$.

a) Bestimme den Extrempunkt von *f*.
b) Überprüfe dein Ergebnis, in dem du die Funktionsgleichung mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung auf Scheitelpunktsform bringst und den Scheitelpunkt abliest.
   (Dieser muß mit dem in a) berechneten Hoch- oder Tiefpunkt übereinstimmen.)

Nenne je eine Funktion mit...

a) ...genau einem Hochpunkt.
b) ...genau einem Wendepunkt.
c) ...mindestens drei Nullstellen.
d) ...drei Extrem- und zwei Wendepunkten, sowie zwei Nullstellen.
e) ...drei Extrem- und zwei Wendepunkten, sowie drei Nullstellen.
f) ...drei Extrem- und zwei Wendepunkten, sowie vier Nullstellen.
g) ...drei Extrem- und zwei Wendepunkten, aber ohne Nullstelle.
h) ...zwei Hochpunkten, aber keinem Tiefpunkt.

Gib jeweils auch den Definitionsbereich an.