


Kleines Lexikon der Brüche

1. Teiler und Vielfache

- 1.1 Das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)** zweier Zahlen ist der kleinste Wert,
- der in beiden Vielfachmengen vorkommt.
 - der durch beide Zahlen teilbar ist.
- $V_8 = \{8, 16, 24, 32, 40, \dots\}$
 $V_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$
 $\text{kgV}(8, 12) = 24$
- 1.2 Der **größte gemeinsame Teiler (ggT)** zweier Zahlen ist der größte Wert,
- der in beiden Teilmengen vorkommt.
 - durch den beide Zahlen teilbar sind.
- $T_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$
 $T_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$
 $\text{ggT}(15, 20) = 5$

2. Bruchzahlen

- 2.1 Ein Bruch drückt einen Anteil aus.
 Jede Division lässt sich als Bruch schreiben.
 Der Dividend heißt dann **Zähler**,
 der Divisor heißt **Nenner**.
- $\frac{3}{4}$ bedeutet „3 von 4“
 $3 : 4 = \frac{3}{4}$ ← Zähler
 ← Nenner
- 2.2 Bei einem **echten Bruch**
 ist der Zähler kleiner als der Nenner.
- $\frac{3}{4}$
- Bei einem **unechten Bruch**
 ist der Zähler größer als der Nenner.
- $\frac{4}{3}$
- 2.3 Eine **gemischte Zahl** ist eine Kombination
 aus einer ganzen Zahl und einem Bruch.
- $2\frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8}$
- Jede gemischte Zahl lässt sich in einen
 unechten Bruch umwandeln und umgekehrt.
- $2\frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8} = \frac{16}{8} + \frac{3}{8} = \frac{19}{8}$
- 2.4 Man **erweitert** einen Bruch, in dem man Zähler
 und Nenner mit der gleichen Zahl multipliziert.
- $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$
- Man **kürzt** einen Bruch, in dem man Zähler
 und Nenner durch die gleiche Zahl dividiert.
- $\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$
- Wird ein Bruch so weit wie möglich gekürzt
 (und falls möglich in gemischte Schreibweise
 umgeschrieben), so spricht man von der
Grunddarstellung des Bruchs.
- $\frac{60}{32} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$
- Beim Erweitern und Kürzen ändert sich die
Darstellung, nicht aber der **Wert** des Bruchs.
- 2.5 Der **Hauptnenner** mehrerer Brüche ist
 der kleinste gemeinsame Nenner der Brüche,
 also das kgV aller Nenner.
- Der HN von $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$ ist 12,
 denn $\text{kgV}(4, 6) = 12$.

2.6	<p>Haben Brüche gleiche Nenner, so ist der Bruch größer, der den größeren Zähler hat.</p> <p>Haben Brüche gleiche Zähler, so ist der Bruch der größer, der den kleineren Nenner hat.</p> <p>Sind Zähler und Nenner verschieden, so können sie verglichen werden, indem man sie zuvor so erweitert (oder kürzt), dass sie den gleichen Nenner oder den gleichen Zähler haben.</p>	$\frac{8}{12} > \frac{5}{12} > \frac{2}{12}$ $\frac{8}{2} > \frac{8}{7} > \frac{8}{13}$ $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}, \text{ da } \frac{2}{3} = \frac{10}{15} > \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
2.7	<p>Um den Kehrwert eines Bruchs zu erhalten, wird sein Zähler mit seinem Nenner vertauscht.</p>	<p>Der Kehrwert von $\frac{3}{4}$ ist $\frac{4}{3}$.</p>
3. Rechnen mit Brüchen		
3.1	<p>Brüche werden addiert, in dem man sie auf einen gemeinsamen Nenner bringt (am besten auf den Hauptnenner) und dann die Zähler addiert.</p> <p>Bei gemischten Zahlen können die ganzzahligen Anteile und die Bruchteile einzeln addiert werden.</p>	$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$ $6\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} = 6 + 2 + \frac{2}{5} + \frac{3}{4}$ $= 8 + \frac{8}{20} + \frac{15}{20} = 8\frac{23}{20} = 9\frac{3}{20}$
3.2	<p>Brüche werden subtrahiert, in dem man sie auf einen gemeinsamen Nenner bringt (am besten auf den Hauptnenner) und dann die Zähler subtrahiert.</p> <p>Bei gemischten Zahlen subtrahiert man zunächst die ganzzahligen Anteile und danach die Bruchteile.</p>	$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$ $6\frac{2}{5} - 2\frac{3}{4} = 4\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$ $= 4\frac{8}{20} - \frac{15}{20} = 3\frac{13}{20}$
3.3	<p>Um Brüche zu multiplizieren rechnet man „Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner“.</p> <p>Die Rechnung wird einfacher, wenn man (falls möglich) vor dem Ausrechnen kürzt.</p> <p>Gemischte Zahlen müssen zuerst in unechte Brüche umgeschrieben werden.</p>	$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$ $\frac{14 \cdot 5}{25 \cdot 21} = \frac{14 \cdot 1}{5 \cdot 21} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$ $1\frac{2}{5} \cdot 4\frac{1}{3} = \frac{7}{5} \cdot \frac{13}{3} = \frac{91}{15} = 6\frac{1}{15}$
3.4	<p>Durch einen Bruch wird dividiert, in dem man seinen Kehrwert multipliziert.</p> <p>Gemischte Zahlen müssen zuerst in unechte Brüche umgeschrieben werden.</p>	$\frac{3}{4} : \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$ $\frac{2}{5} : 2\frac{1}{3} = \frac{2}{5} : \frac{7}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$
	<p>Wichtig: ALLE Ergebnisse sollen in Grunddarstellung angegeben werden!</p>	
<p>www.ingoostwald.de/index.php?id=80308</p>		