

Brüche in Stellenwertsystemen

Name:	
Klasse:	Datum:

Fortsetzung der Stellenwerttafel

Setzt man die Stellenwerttafel hinter dem Komma fort, so lassen sich auch Brüche damit umrechnen. Dabei kommt es häufig vor, dass abbrechende Brüche periodisch werden und umgekehrt.

	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}		
	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$		
	100	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001		
10,75 =		1	0	7	5			= 10,75	abbrechend
0,625 =			0	6	2	5		= 0,625	abbrechend
$\frac{9}{10}$ =			0	9				= 0,9	abbrechend
$\frac{1}{2}$ =			0	5				= 0,5	abbrechend
$\frac{1}{3}$ =			0	3	3	3	3	= 0,3333...	periodisch

	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}		
	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$		
	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625		
10,75 =	0	1	0	1	1			= [1010,11] ₂	abbrechend
0,625 =			0	1	0	1	1	= [0,101] ₂	abbrechend
$\frac{9}{10}$ =			0	1	1	1	0	= [0,1110...] ₂	periodisch
$\frac{1}{2}$ =			0	1				= [0,1] ₂	abbrechend
$\frac{1}{3}$ =			0	0	1	0	1	= [0,0101...] ₂	periodisch

	3^2	3^1	3^0	3^{-1}	3^{-2}	3^{-3}	3^{-4}		
	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$		
	9	3	1	0,3	0,1	0,037	0,012...		
10,75 =	1	0	1	2	0	2	0	= [101,2020...] ₃	periodisch
0,625 =			0	1	2	1	2	= [0,1212...] ₃	periodisch
$\frac{9}{10}$ =			0	2	2	0	0	= [0,2200...] ₃	periodisch
$\frac{1}{2}$ =			0	1	1	1	1	= [0,1111...] ₃	periodisch
$\frac{1}{3}$ =			0	1				= [0,1] ₃	abbrechend



Brüche in Stellenwertsystemen

Name:	
Klasse:	Datum:

Wann werden Brüche periodisch?

Ein Bruch ist genau dann abbrechend, wenn er sich so kürzen oder erweitern lässt, dass sein Nenner eine Potenz der Basis des Zahlensystems ist, ansonsten ist er periodisch.

Das bedeutet:

- Im Dezimalsystem ist ein Bruch genau dann abbrechend, wenn sein Nenner sich auf 10, 100, 1000, ... erweitern lässt.
- Im Binärsystem ist ein Bruch abbrechend, wenn sein Nenner sich auf 2, 4, 8, ... erweitern lässt.
- Im Trenärsystem ist ein Bruch abbrechend, wenn sein Nenner sich auf 3, 9, 27, ... erweitern lässt.

Der Umrechnungsalgorithmus

Auch beim Umrechnen von Brüchen funktioniert der Algorithmus, wenn man die Abbruchbedingung ändert und verlangt, dass die Division so auszuführen ist, dass sie immer eine ganzzahlige Lösung (ggf. mit gebrochenem Rest) hat.

Die Zahl $\frac{11}{27}$ soll in das Trenärsystem umgewandelt werden.

$$\frac{11}{27}$$

(1) Suche die größte Dreierpotenz, die kleiner als die umzurechnende Zahl ist.

$$\frac{1}{3}$$

(2) Dividiere die umzurechnende Zahl durch diese Dreierpotenz.

$$\frac{11}{27} : \frac{1}{3} = 1 R \frac{2}{27}$$

(3) Dividiere den Rest durch die nächst kleinere Dreierpotenz.

$$\frac{1}{27} : \frac{1}{9} = 0 R \frac{2}{27}$$

(4) Wiederhole Schritt (3), bis kein Rest mehr übrig ist.

$$\frac{2}{27} : \frac{1}{27} = 2 R 0$$

(5) Schreibe die ganzzahligen Ergebnisse der Divisionen (also die Zahlen ohne den Rest) hintereinander:

$$\frac{11}{27} = [0,102]_3$$

Achtung! Ist das Ergebnis periodisch, ergibt sich aus Schritt (4) eine Endlosschleife!

Autor:

Ingo Ostwald
(08.09.2013)

