

Übungen zu quadratischen Funktionen

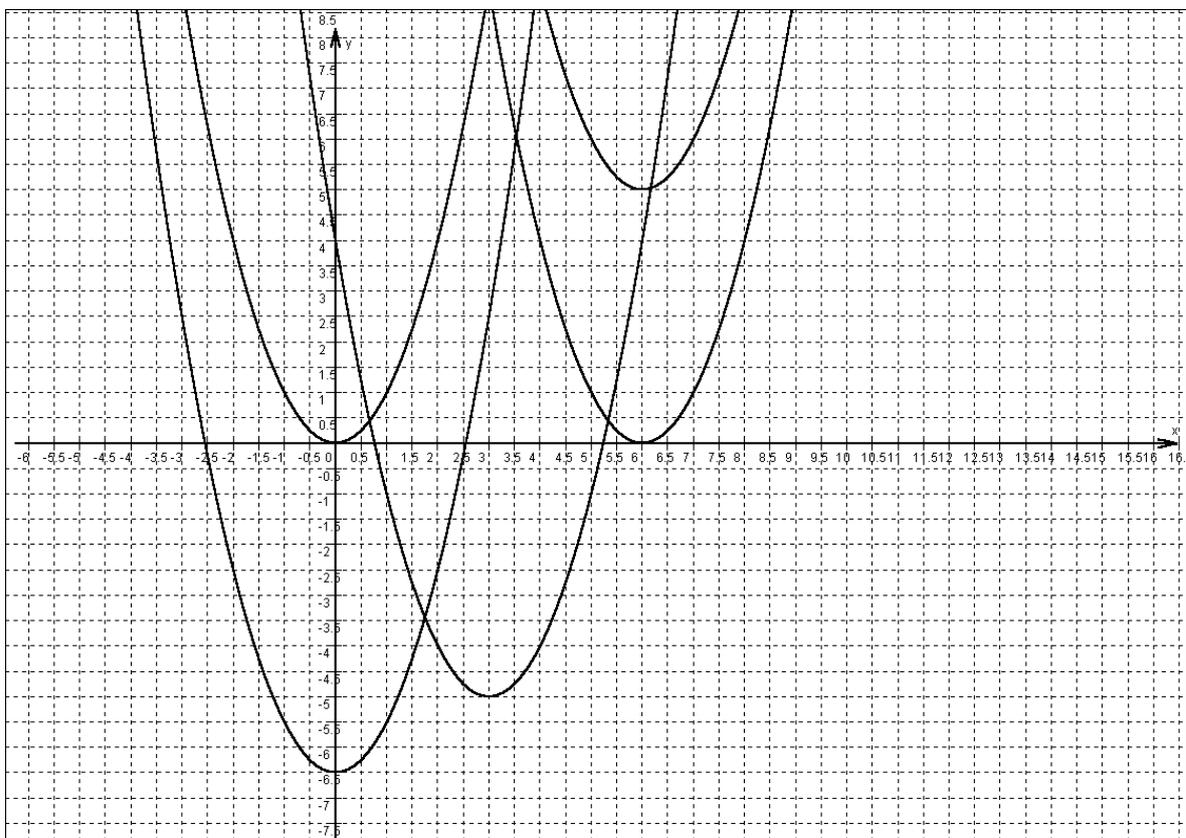
Name:	
Klasse:	Datum:

Verschiebung der Normalparabel

1. Gegeben sind die Scheitelpunkte von Parabeln.
Gib die Funktionsgleichungen an.

a) $S(-3/5)$ b) $S(-1/-8)$ c) $S(1/-0,5)$ d) $S(0,5/0,2)$

2. In der Abbildung siehst du fünf verschobene Normalparabeln.
Welche Funktionsgleichungen haben sie?



3. Bestimme jeweils die Scheitelpunkte der Funktionen.

a) $f(x) = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}$ b) $f(x) = x^2 - 6x + 4$ c) $f(x) = 8x^2 + 4x - \frac{7}{2}$



Übungen zu quadratischen Funktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

Steckung, Öffnung und Stauchung

4. Gegeben sind folgende Funktionen:

$$f(x) = 0,3 x^2$$

$$g(x) = x^2 + 7$$

$$h(x) = (x - 2)^2 - 1,5$$

$$i(x) = 1,6 x^2$$

$$j(x) = -0,4 x^2$$

$$k(x) = (x - 5)^2$$

$$l(x) = -2(x + 3)^2 - 4$$

$$m(x) = -x^2 + 5$$

- Beschreibe nur mithilfe der Funktionsgleichung, wie sich die Parabel von der Normalparabel unterscheidet (Scheitelpunkt, Öffnung, Streckung).
- Überprüfe durch Rechnung, welche der Punkte A(0,5/0,4), B(2/-1,6), C(-3/2,7), D(0/0), E(0/2,5) und F(-3/-4) auf welchen Graphen liegen.

5. Entscheide, welche Gleichung zu welchem Graphen gehört. Begründe deine Entscheidung!

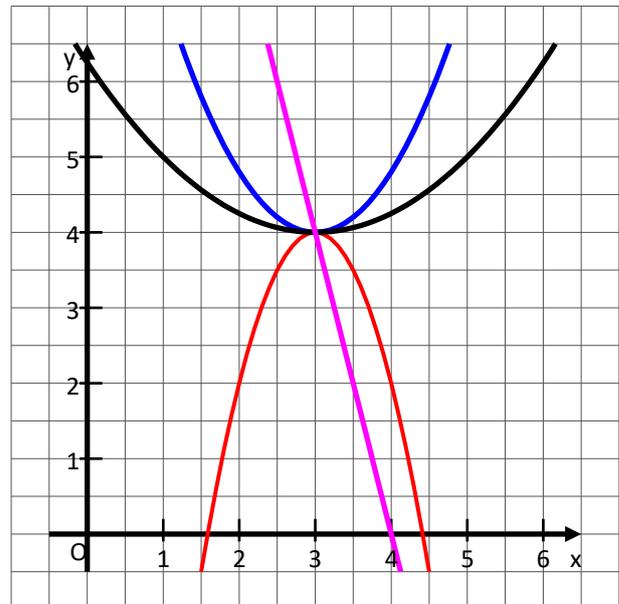
$$f(x) = -2(x - 3)^2 + 4$$

$$g(x) = 0,8(x - 3)^2 + 4$$

$$h(x) = -4x + 16$$

$$k(x) = \frac{1}{4}(x - 3)^2 + 4$$

6. Gib jeweils die Gleichung einer Funktion an, deren Graph die angegebenen Eigenschaften hat. Es kann mehrere Lösungen geben!



- Die Parabel ist nach oben geöffnet, hat den Scheitelpunkt $(-3/5)$ und ist schmaler als eine Normalparabel.
- Die Parabel ist nach unten geöffnet, hat den Scheitelpunkt auf der y-Achse, aber nicht im Ursprung und ist breiter als eine Normalparabel.
- Die Parabel ist um 1,7 nach rechts und 0,3 nach unten verschoben und nach unten geöffnet.
- Der Graph ist eine Gerade durch den Punkt $(0/-3)$ und mit Steigung 5.



Übungen zu quadratischen Funktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

Nullstellen

7. Wie viele Nullstellen kann keine Parabel haben?
Fertige für alle möglichen Fälle eine Skizze an.
8. Bestimme die Nullstellen der Funktionen mit Hilfe der PQ-Formel.
- a) $f(x) = x^2 + 5x + 6$ b) $f(x) = x^2 - 4x - 12$ c) $f(x) = x^2 - 12x + 35$
9. Mit der PQ-Formel lassen sich Nullstellen nur berechnen, wenn die Funktionsgleichung die Form $f(x) = x^2 + px + q$ hat. Wie lässt sich auch bei den nachfolgenden Funktionen die PQ-Formel anwenden? Gäbe es auch ein besseres Verfahren?
- a) $f(x) = (x + 3)(x + 2)$ b) $f(x) = (x - 2)^2 - 16$ c) $f(x) = 2x^2 - 24x + 70$
10. Bestimme die Nullstellen der Funktionen nach einem Verfahren deiner Wahl.
- a) $f(x) = x^2 - \frac{3}{10}x - \frac{1}{10}$ b) $f(x) = x^2 + 10,5x - 25$ (Bitte nicht runden!)
- c) $f(x) = (x + 4)^2$ d) $f(x) = (x + 4)(x - 9)$ e) $f(x) = x^2 + 8x + 19$
- f) $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$ g) $f(x) = (x - 4)^2 - 9$ h) $f(x) = 5x \cdot (x - 4) - 105$
11. Bestimme die Scheitelpunkte und die Nullstellen der folgenden Funktionen.
- a) $f(x) = 8x^2 + 8x - 6$ b) $f(x) = x^2 + x$ c) $f(x) = 3x^2 - 6x + 9$
- d) $f(x) = (x - 3)^2$ e) $f(x) = (x - 0,5)(x + 2)$ f) $f(x) = (x - 1)^2 + 1$
12. Bei welchen der Funktionen aus den Aufgaben 8 bis 11...
- a) ... sind die Graphen enger / breiter als die Normalparabel?
- b) ... sind die Graphen nach oben / nach unten geöffnet?



Übungen zu quadratischen Funktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

Schnittpunkte

13. Zwei Parabeln können sich in zwei Punkten in einem Punkt oder gar nicht schneiden. Fertige für jeden dieser drei Fälle eine Skizze an.
14. Gegeben sind $f(x) = x^2 - 2x - 15$, $g(x) = -2x^2 + 4x - 6$ und $h(x) = -9x - 21$.
- Welche der drei Funktionen hat keine Parabel als Graph?
 - Bestimme von den quadratischen Funktionen die Scheitelpunkte und entscheide, ob ihre Graphen nach oben oder unten geöffnet sind und ob sie gestreckt oder gestaucht wurden.
 - An welchen Stellen schneiden die drei Graphen die Koordinatenachsen?
 - Berechne so die Schnittpunkte der Funktionen...
 - ... f und g.
 - ... f und g.
 - ... g und h.
 - Skizziere die Graphen anhand der Ergebnisse aus den Teilaufgaben a) bis d).
15. Berechne die Schnittpunkte der gegebenen Funktionen.
- $f(x) = x^2 - 3x + 6$ und $g(x) = 4x - 6$
 - $f(x) = -2x^2 + 8x - 30$ und $g(x) = 3x^2 - 12x - 10$
 - $f(x) = 0,5x - 5$ und $g(x) = x^2 - 4x + 7$
 - $f(x) = x^2 - 4x + 9$ und $g(x) = -3x^2 + 12x - 7$
 - $f(x) = 3x^2 + x + 1397$ und $g(x) = -4x^2 + 715x - 3$
 - $f(x) = x^2$ und $g(x) = (x - 1)^2$
 - $f(x) = x^2$ und $g(x) = x^2 - 1$
16. Bei welchen der Funktionen aus Aufgabe 15 handelt es sich um Geraden? Welche Steigungen haben sie?

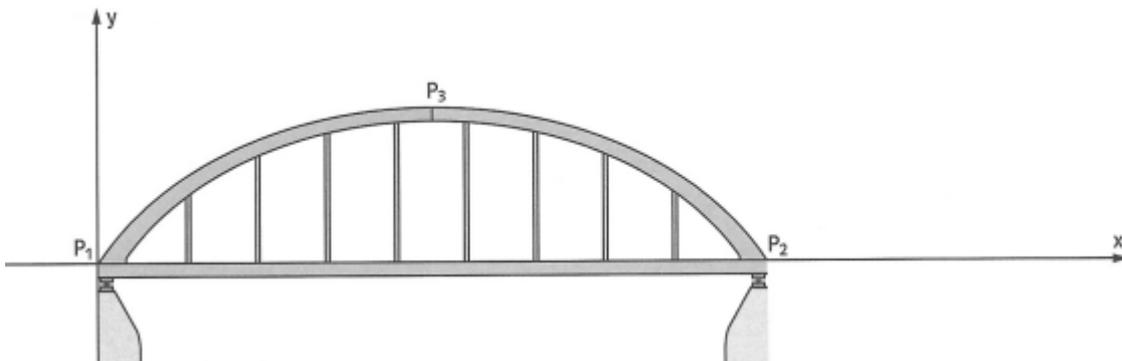


Übungen zu quadratischen Funktionen

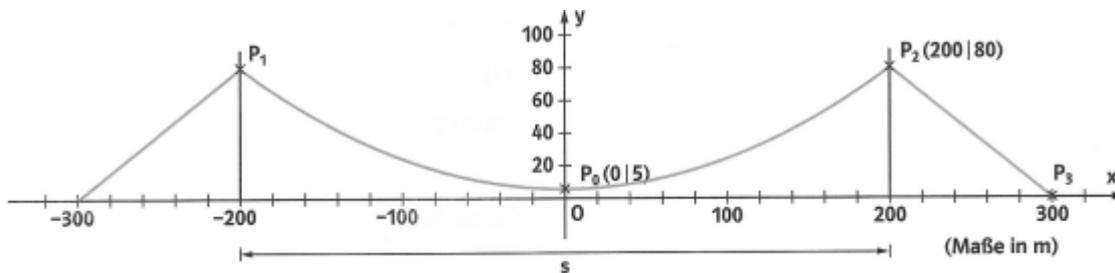
Name:	
Klasse:	Datum:

Anwendungsaufgaben

17. Der Brückenbogen dieser Brücke lässt sich durch die Funktionsgleichung $f(x) = -0,007x^2 + 1,3x$ beschreiben (x und y in Metern).



- a) Wie weit liegen die Fußpunkte P_1 und P_2 auseinander?
 b) Wie hoch liegt der Punkt P_3 über der Fahrbahn?
18. Das Drahtseil einer Hängebrücke hängt parabelförmig zwischen den Brückenpfeilern. Bestimme die Gleichung der Parabel.



19. Simon hält einen Gartenschlauch in der Hand. Die Kurve des herausströmenden Wasserstrahls lässt sich durch die Gleichung $f(x) = -0,05(x - 10)^2 + 6$ beschreiben.
- a) In welcher Höhe über dem Boden hält Simon den Schlauch?
 b) In welcher Entfernung trifft das Wasser auf den Boden?
 c) Welche Höhe erreicht der Wasserstrahl maximal?



Übungen zu quadratischen Funktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

20. Herr Snake verkauft an seinem Kiosk Gummischlangen. Weil sie sich nicht gut verkaufen, lässt er sich einen ganz besonderen Mengenrabatt einfallen: Wer eine Schlange kauft, zahlt 9 Cent. Bei zwei Schlangen kostet jede nur noch 8 Cent, bei 3 nur noch 7 Cent usw.

Anzahl	Gesamtpreis
1	9 ct.
2	16 ct.
3	
4	
5	
6	
7	
8	

- Ergänze die Tabelle und zeichne den Graphen.
(x-Achse: 1 cm pro Schlange, y-Achse: 1 cm pro 2 ct.)
- Gib die Funktionsgleichung in Scheitelpunktform und als Linearkombination an.
- Macht Herr Snake damit ein gutes Geschäft?
- Tim hat 1,19 Euro dabei. „Prima“, denkt er, „wenn ich mir 11 Schlangen und ein Sportmagazin kaufe, reicht mein Geld genau.“ Wie viel kostet das Magazin?

Zum Weiterdenken

21. Gegeben sind die beiden Funktionen $f(x) = x^2 + 5x + 6$ und $g(x) = x^2 + 5x + 7$.

- Berechne jeweils die Nullstellen mit Hilfe der PQ-Formel. Überprüfe deine Lösungen mit dem Satz von Vieta.
- Entscheide (und begründe!) ohne weitere Rechnung, bei welcher der beiden Funktionen der Scheitelpunkt unterhalb der x-Achse liegt.
- Bestimme zu beiden Funktionen die Scheitelpunktformen.
- Warum können sich die beiden Funktionsgraphen nicht schneiden?

22. Eine Parabel hat die Funktionsgleichung $f(x) = 3(x - 4)(x + 2)$.

- Gib ohne Rechnung die Nullstellen der Parabel an.
- Berechne den Schnittpunkt der Parabel mit der y-Achse.
- Liegen die Punkte A(5/21) und B(-1/-15) auf dem Funktionsgraphen?
- Bestimme die y-Werte der Punkte C(3/____) und D(1/____).
- Begründe, warum der Punkt D der Scheitelpunkt ist und gib die Funktionsgleichung in Scheitelpunktform an.

Tipp: Die Rechnung mit quadratischer Ergänzung ist nicht nötig. Es genügt, die bisherigen Ergebnisse zu betrachten!

- Gib die Funktionsgleichung auch in Normalform an.



Übungen zu quadratischen Funktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

23. Eine quadratische Funktion hat die Gleichung $f(x) = -3(x - 5)^2 - 9$.
- Welchen Scheitelpunkt hat die zugehörige Parabel?
 - Was kannst du über die Form der Parabel aus der Gleichung ablesen?
 - Begründe ohne Rechnung, warum die Funktion keine Nullstellen hat.
Welche Bedeutung hat dies für die Darstellung als Linearkombination?
 - Gib die Normalform der Gleichung an.
 - In welchem Punkt schneidet der Funktionsgraph die y-Achse?
 - Welche der Punkte A(6/-12), B(6,5/-16,5), C(1/1) und D(5/-9) liegen auf dem Graphen?
Ist bei jedem Punkt eine Rechnung nötig?
24. Eine quadratische Funktion hat die Nullstellen $x_1 = 4$ und $x_2 = 10$.
Ihr Graph ist eine verschobene, nach oben geöffnete Normalparabel.
- Gib die Funktionsgleichung in Form einer Linearkombination an.
 - Bestimme den Scheitelpunkt.
Wie lässt sich sein x-Wert bestimmen, ohne die Funktionsgleichung zu kennen?
 - Wie würde sich die Gleichung aus a) ändern,
wenn der Graph nach unten geöffnet und enger als eine Normalparabel wäre?
Hätte diese Veränderung auch eine Auswirkung auf die Lage des Scheitelpunktes?
25. Der Graph einer quadratischen Funktion wurde nur in y-Richtung verschoben und verläuft durch die Punkte A(1/5) und B(2/11).
- Warum hat seine Funktionsgleichung die Form $f(x) = a \cdot x^2 + c$?
 - Bestimme die Funktionsgleichung!
(Tipp: Die Werte a und c lassen sich mit Hilfe der beiden Punkte bestimmen!)



Übungen zu quadratischen Funktionen

Name:	
Klasse:	Datum:

26. Eine Funktionsgleichung hat die Form $f(x) = ux^2 + vx + w$.
Bestimme u , v und w so...
- ... dass ihr Graph nach unten geöffnet ist, den Scheitelpunkt $S(-3/4)$ hat und gegenüber der Normalparabel weder gestaucht, noch gestreckt ist.
(Tipp: Stelle zuerst die Gleichung in Scheitelpunktform auf!)
 - ... dass ihr Graph durch die Punkte $(-3/13)$, $(1/9)$ und $(2/18)$ verläuft.
 - ... dass ihr Graph den Scheitelpunkt $(2/1)$ hat und durch $(3/4)$ verläuft.
 - ... dass ihr Scheitelpunkt auf der x -Achse liegt und ihr Graph durch die Punkte $(4/1)$ und $(5/4)$ verläuft.
 - ... dass ihr Scheitelpunkt auf der x -Achse liegt und ihr Graph durch die Punkte $(1/1)$ und $(2/2)$ verläuft.
27. Der Graph einer quadratischen Funktion verläuft durch die Punkte $A(0/1,25)$, $B(2/-0,75)$ und $C(5/0)$.
- Bestimme die Gleichung der Funktion in Normalform.
Zwischenergebnis zum Weiterrechnen: Die Gleichung lautet $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$
 - Gib die Gleichung in Scheitelpunktform an und lies den Scheitelpunkt ab.
 - Berechne die Nullstellen und gib die Gleichung als Linearkombination an.
28. Welche Aussagen sind falsch? Begründe mit einem Gegenbeispiel.
- „Jede Parabel hat mindestens eine Nullstelle.“
 - „Parabeln sind immer symmetrisch.“
 - „Wenn zwei Parabeln den gleichen Scheitelpunkt haben und gegenüber der Normalparabel weder gestreckt, noch gestaucht wurden, sind sie identisch.“
 - „Wenn man drei Punkte einer Parabel kennt, kann man immer ihre Funktionsgleichung bestimmen.“
 - „Wenn man den Scheitelpunkt der Parabel kennt, braucht man nur noch einen weiteren Punkt, um die Funktionsgleichung ermitteln zu können.“

