Name:	
Klasse:	Datum:

Mathematik

Steckbriefaufgaben

Aufgaben

Bestimme jeweils die Funktionsgleichung!

1. Der Graph einer ganzrationalen Funktion vierten Grades ist achsensymmetrisch zur y-Achse, geht durch den Ursprung des Koordinatensystems und schneidet die x-Achse an der Stelle x = 3 mit der Steigung m = -48.
2. Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades hat an der Stelle x = -1 eine Extremstelle. Er schneidet die y-Achse an der Stelle y = 2 und berührt die x-Achse an der Stelle x = 2.

Lösungen

Aufgabe 1

Auswertung der Vorgaben:

- Gesucht ist eine ganzrationale Funktion vierten Grades, also $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$.
- Da f achsensymmetrisch sein soll, können gilt $b=d=0$, also $f(x)=ax^4+cx^2+e$.
- Für die Ableitungen gilt dann $f'(x)=4ax^3+2cx$.
- f geht durch den Koordinatenursprung $O(0/0)$, damit gilt $f(0)=0$, also $e=0$.

  f hat damit die Form $f(x)=ax^4+cx^2$.
- f schneidet die x-Achse an der Stelle $x=3$, also im Punkt $P(3/0)$, damit gilt: $f(3)=0$.
- f hat an der Stelle $x=3$ die Steigung $m=-48$, damit gilt: $f'(3)=-48$.

Rechnung::

$$\begin{matrix} f(3)=0 & \Rightarrow \\ f'(3)=-48 & \Rightarrow \end{matrix} \left| \begin{matrix} 81a+9c=0 \\ 108a+6c=-48 \end{matrix} \right| \begin{matrix} |:3 \\ |:2 \end{matrix} \Leftrightarrow \left| \begin{matrix} 27a+3c=0 \\ 54a+3c=-48 \end{matrix} \right| \Leftrightarrow -27a=24 \Leftrightarrow a=-\frac{24}{27}=-\frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow 27\left(-\frac{8}{9}\right)+3c=0 \Leftrightarrow 3c=24 \Leftrightarrow c=8 \Rightarrow f(x)=-\frac{8}{9}x^4+8x^2$$

Aufgabe 2

Auswertung der Vorgaben:

- Gesucht ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades, also $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.
- Für die Ableitungen gilt dann $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.
- f hat an der Stelle $x=-1$ eine Extremstelle, damit gilt $f'(-1)=0$.
- f schneidet die Ordinatenachse bei $y=2$ geht also durch den Punkt $P(0/2)$, damit gilt $f(0)=2$.

  f hat damit die Form $f(x)=ax^3+bx^2+cx+2$.
- f berührt die x-Achse an der Stelle $x=2$, geht also durch den Punkt $P(2/0)$, damit gilt: $f(2)=0$.
- Die Funktion f schneidet die x-Achse nicht, sondern berührt sie nur an der Stelle $x=2$, hat also dort eine waagrechte Tangente, damit gilt: $f'(2)=0$.

Steckbriefaufgaben

Name:	
Klasse:	Datum:

Rechnung::

$$\begin{array}{ll} f'(-1)=0 & \Rightarrow \\ f(2)=0 & \Rightarrow \\ f'(2)=0 & \Rightarrow \end{array} \left| \begin{array}{l} 3a-2b+c=0 \\ 8a+4b+2c+2=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{array} \right| \begin{array}{l} |\cdot 2 \\ |-2 \\ \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array} \left| \begin{array}{l} 6a-4b+2c=0 \\ 8a+4b+2c=-2 \\ 12a+4b+c=0 \end{array} \right| \begin{array}{l} |+\text{Gl.}\,[2] \\ |-\text{Gl.}\,[3] \\ \end{array}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} 14a+4c=0 \\ -4a+1c=0 \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ |\cdot 4 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} [4] \\ [5] \end{array} \left| \begin{array}{l} 14a+4c=0 \\ -16a+4c=0 \end{array} \right| \begin{array}{l} |-\text{Gl.}\,[4] \\ \end{array} \Rightarrow 30a=6 \Leftrightarrow a=\frac{1}{5}$$

$$14\cdot\frac{1}{5}+4c=-2 \Leftrightarrow 14+20c=-10 \Leftrightarrow c=-\frac{24}{20}=-\frac{6}{5}$$

$$3\cdot\frac{1}{5}-2b-\frac{6}{5}=0 \Leftrightarrow 3-10b-6=0 \Leftrightarrow b=-\frac{3}{10} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}x^3-\frac{3}{10}x^2-\frac{6}{5}x+2$$