

## Aufgabe:

Von zwölf äußerlich identischen Elefanten ist bekannt, dass einer leichter oder schwerer als seine elf jeweils gleich schweren Artgenossen ist. Um den Abweichler zu finden, steht lediglich eine Balkenwaage zur Verfügung, die mit allen Elefanten belastet, aber nur dreimal benutzt werden darf. Wie ist es möglich, den Abweichler zu finden und obendrein zu ermitteln, ob er über- oder untergewichtig ist?

## Lösung:

Im Folgenden werden folgende Bezeichnungen benutzt:

X = Elefant mit unbekanntem Gewicht

N = Elefant mit Normalgewicht

S = Elefant, der möglicherweise schwerer ist

L = Elefant, der möglicherweise leichter ist

---

Von keinem der zwölf Elefanten ist etwas bekannt.

Situation: XXXX XXXX XXXX

Die Elefanten werden in drei Gruppen à vier Elefanten aufgeteilt, zwei der drei Gruppen werden gegeneinander gewogen.

Erster Wiegevorgang: XXXX – XXXX

- Wenn das Gewicht rechts und links gleich ist, sind die acht gewogenen Elefanten gleich schwer und es müssen nur noch die vier übrigen gewogen werden.  
→ (1)
- Ist das Gewicht ungleich, ist auf einer Seite entweder ein Elefant zu schwer oder einer zu leicht. Die vier nicht gewogenen Elefanten müssen Normalgewicht haben.  
→ (2)

---

(1)

Von 8 Elefanten ist nun bekannt, dass sie Normalgewicht haben, von den übrigen Elefanten ist nichts bekannt, auf der Waage standen sie auch noch nicht.

Situation: NNNN NNNN XXXX.

Nun werden drei der Elefanten mit Normalgewicht und drei der Elefanten mit unbekanntem Gewicht auf die Waage gestellt.

Zweiter Wiegevorgang: NNN – XXX

- Sind beide Seiten gleich schwer, so haben die drei X-Elefanten ebenfalls Normalgewicht. Der nicht gewogene Elefant muss der Abweichler sein.  
→ (1.1)
- Ist die linke Seite schwerer, muss unter den drei X-Elefanten ein Abweichler sein, der leichter ist. Der nicht gewogene Elefant muss dann Normalgewicht haben.  
→ (1.2)
- Ist die rechte Seite schwerer, befindet sich ein übergewichtiger Elefant unter den drei X-Elefanten. Der nicht gewogene Elefant muss dann Normalgewicht haben.  
→ (1.3)

---

(1.1)

Von elf der zwölf Elefanten ist nun bekannt, dass sie Normalgewicht haben, also ist nun auch klar, welcher Elefant davon abweicht.

Situation: NNNN NNNN NNNX

Um herauszufinden, ob der Abweichler schwerer oder leichter ist, wird er mit einem normalgewichtigen Elefanten auf die Waage gestellt.

Dritter Wiegevorgang:  $\boxed{N - X}$

- Ist N schwerer, hat X Untergewicht.
  - Ist N leichter, hat X Übergewicht.
- 

(1.2)

Es ist nun bekannt, dass neun Elefanten Normalgewicht haben und dass unter den übrigen drei Elefanten einer leichter ist.

Situation: NNNN NNNN NLLL

Um den Abweichler zu ermitteln, werden zwei der L-Elefanten gewogen.

Dritter Wiegevorgang:  $\boxed{L - L}$

- Sind beide Elefanten gleich schwer, so ist der nicht gewogene L-Elefant ein untergewichtiger Abweichler.
  - Ansonsten ist der leichtere ein untergewichtiger Abweichler.
- 

(1.3)

Es ist nun bekannt, dass neun Elefanten Normalgewicht haben und dass unter den übrigen drei Elefanten einer schwerer ist.

Situation: NNNN NNNN NSSS

Um den Abweichler zu ermitteln, werden zwei der S-Elefanten gewogen.

Dritter Wiegevorgang:  $\boxed{S - S}$

- Sind beide Elefanten gleich schwer, so ist der nicht gewogene S-Elefant ein übergewichtiger Abweichler.
  - Ansonsten ist der schwerere der beiden gewogenen Elefanten ein übergewichtiger Abweichler.
- 

(2)

Es sind nun drei verschiedene Gruppen von Elefanten vorgegeben: Von vier Elefanten ist bekannt, dass sie Normalgewicht haben, weitere vier sind möglicherweise leichter, aber keinesfalls schwerer, die übrigen vier möglicherweise schwerer, aber keinesfalls leichter.

Situation: NNNN LLLL SSSS

Nun wird das Gewicht von je einem Elefanten aus jeder Gruppe einerseits und zweien der möglicherweise zu schweren und einem möglicherweise zu leichten Elefanten andererseits miteinander verglichen.

Zweiter Wiegevorgang:  $\boxed{\underline{N}S - L\underline{S}S}$

- Sind beide Seiten gleich schwer, muss sich der Abweichler, da es nur einen gibt, unter den im zweiten Wiegevorgang nicht gewogenen Elefanten befinden.  
→ (2.1)
- Ist die linke Seite schwerer als die rechte, so müssen die unterstrichenen L- und S-Elefanten Normalgewicht haben.  
→ (2.2)

- Ist die rechte Seite schwerer als die linke, so müssen die nicht unterstrichenen L- und S-Elefanten Normalgewicht haben.  
→ (2.3)
- 

(2.1)

Die im zweiten Wiegevorgang gewogenen Elefanten müssen alle Normalgewicht haben. Es bleiben also noch zwei möglicherweise zu leichte und ein möglicherweise zu schwerer Elefant übrig.

Situation: **NNNN NNNN NLLS**

Um den Abweichler zu ermitteln, müssen nur noch die beiden möglicherweise zu leichten Elefanten verglichen werden.

Dritter Wiegevorgang: **L - L**

- Sind beide Elefanten gleich schwer, so ist der S-Elefant ein übergewichtiger Abweichler.
  - Ansonsten hat der leichtere der beiden gewogenen Untergewicht.
- 

(2.2)

Von 10 Elefanten ist nun bekannt, dass sie Normalgewicht haben, einer ist möglicherweise leichter, einer möglicherweise schwerer.

Situation: **NNNN NNNN NNLS**

Um herauszufinden, wer der Abweichler ist, muss einer der beiden Kandidaten mit einem normalgewichtigen Elefanten verglichen werden.

Dritter Wiegevorgang: **N - S**

- Bei gleichem Gewicht ist der nicht gewogene L-Elefant ein untergewichtiger Abweichler.
  - Ansonsten ist S ein Abweichler mit Übergewicht.
- 

(2.3)

Nun ist bekannt, dass 9 Elefanten Normalgewicht haben, zwei könnten schwerer sein, einer könnte leichter sein.

Situation: **NNNN NNNN NLSS**

Um den Abweichler zu ermitteln, müssen die beiden möglicherweise zu schweren Elefanten verglichen werden.


Dritter Wiegevorgang: **S - S**

- Sind beide gleich schwer, haben sie Normalgewicht und L ist ein untergewichtiger Abweichler
  - Ansonsten ist der schwerere ein übergewichtiger Abweichler.
- 

In allen Fällen konnte genau ein über- oder untergewichtiger Elefant mit drei Wiegevorgängen ermittelt werden.

**Kurzfassung des Lösungswegs:**

Situation: XXXX XXXX XXXX					
Wiegevorgang: XXXX – XXXX					
gleich schwer			unterschiedlich schwer		
Situation: NNNN NNNN XXXX			Situation: NNNN LLLL SSSS		
Wiegevorgang: NNN – XXX			Wiegevorgang: NLS – LSS		
gleich schwer	NNN schwerer	XXX schwerer	gleich schwer	NLS schwerer	LSS schwerer
Situation: NNNN NNNN NNNX	Situation: NNNN NNNN NLLL	Situation: NNNN NNNN NSSS	Situation: NNNN NNNN NLLS	Situation: NNNN NNNN NNLS	Situation: NNNN NNNN NLSS
Wiegevorgang: N – X	Wiegevorgang: L – L	Wiegevorgang: S – S	Wiegevorgang: L – L	Wiegevorgang: N – S	Wiegevorgang: <u>S</u> – <u>S</u>
(1.1)	(1.2)	(1.3)	(2.1)	(2.2)	(2.3)

	<p>Weitere Unterrichtsmaterialien und jede Menge Ideen rund ums Thema Schule gibt es im Internet unter <a href="http://www.lebensraumschule.de">www.lebensraumschule.de</a>.</p> <p>Dokument Nr. 03010401   Autor: Ingo Ostwald</p>
---	---